

## ГЛОБАЛЬНО-ЛОКАЛЬНОЕ СОЛНЕЧНОЕ ДИНАМО — ЕДИНЫЙ МЕХАНИЗМ?

Гетлинг А.В.<sup>1</sup>, Симитев Р.Д.<sup>2,3</sup>, Буссе Ф.Х.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт ядерной физики  
Московского государственного университета  
им. М.В. Ломоносова, Москва, 119992*

<sup>2</sup>*Институт физики Университета г. Байройта, Германия, D-95440*

<sup>3</sup>*Отделение математических наук  
Университета г. Ливерпуля, Великобритания, L69 7ZL*

## IS THE GLOBAL-LOCAL SOLAR DYNAMO A SINGLE MECHANISM?

Getling A.V.<sup>1</sup>, Simitsev R.D.<sup>2,3</sup>, Busse F.H.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University,  
Moscow, 119992 Russia*

<sup>2</sup>*Institute of Physics, University of Bayreuth, Bayreuth, D-95440 Germany*

<sup>3</sup>*Department of Mathematical Sciences, University of Liverpool,  
Peach Street, Liverpool, L69 7ZL UK*

### Abstract

*The dynamo action of cellular MHD convection in a rotating spherical shell is simulated numerically. On a global scale, the convective flows can maintain a sign-alternating “general” magnetic field. Locally, it can regularly produce magnetic structures (in many cases, bipolar) associated with the convection cells. Dynamo mechanisms of this sort can be called deterministic, in contrast to those explicitly dependent on the assumed properties of turbulence. Since the convection cells affected by the Coriolis force are elementary building blocks of the considered dynamo, it is also natural to describe this mechanism as cellular dynamo.*

*Some properties of such dynamos interesting from the standpoint of solar physics are discussed. The results of our simulations demonstrate that disintegrating local structures change into background fields, which drift toward the poles. Sometimes, reversals of the magnetic fields in the polar regions occur, as “new” background fields expel the “old” fields. The well-established latitudinal and radial distributions of the angular velocity of the convection zone basically agree with the actual pattern of solar differential rotation. The question is considered as to how some details in the formulation of the problem and some parameters affect the finally established regime of convection and magnetic-field generation.*

**Введение.** Хотя электродинамика средних полей прояснила многие вопросы, относящиеся к генерации глобальных магнитных полей космических тел, из ее поля зрения выпадает проблема возникновения полей локальных, а также их взаимосвязь с глобальными полями. Это означает, что

понять явления солнечного магнетизма с достаточной полнотой можно будет только после внимательного изучения динамики взаимодействующих структур в течениях солнечной плазмы и в магнитном поле. Модели динамо, в которых рассчитываемые переменные не являются усредненными величинами и которые ориентированы на единое описание глобальных и локальных процессов, естественно назвать детерминистскими.

Еще четыре десятилетия назад была выдвинута идея, что связующим звеном между общим магнитным полем Солнца и полями активных областей и групп пятен могут быть конвективные ячейки подфотосферной зоны. Тверской [1] схематически представил конвективную ячейку в виде тороидального вихря и в рамках кинематического подхода показал, что она может усиливать магнитное поле и придавать ему характерные биполярные конфигурации. Этот результат лег в основу модели динамо [2], в которой многочисленные тороидальные вихри, распределенные по сферической оболочке, взаимодействуя с дифференциальным вращением этой оболочки, поддерживают знакопеременное глобальное магнитное поле. В дальнейшем способность конвективных ячеек усиливать и структурировать магнитные поля была подтверждена численными экспериментами [3, 4].

Современные вычислительные ресурсы позволяют поставить вопрос о построении численных моделей солнечного динамо, дающих параллельное описание и глобальных, и локальных магнитных полей. Конечно, вычислительные схемы с разрешением, позволяющим «прорисовать», скажем, супергранулы, и сейчас еще не могут быть применены для моделирования течений во всей конвективной оболочке. Но воспроизведение крупномасштабных («гигантских») конвективных ячеек в глобальной модели вполне возможно. Если принять, что основные черты процесса должны быть схожими для конвекции разных масштабов, то такая глобальная модель поможет проверить обоснованность существующих качественных представлений и послужит ориентиром при дальнейшем продвижении к более детальному описанию.

Здесь будут представлены некоторые результаты моделирования ячейки МГД-конвекции во вращающейся сферической оболочке и обсуждены некоторые черты возникающего эффекта динамо, интересные с точки зрения физики Солнца.

**Постановка задачи и техника численного моделирования.** Рассмотрим сферическую оболочку  $r_i < r < r_o = r_i + d$  и введем геометрический параметр модели  $\eta = r_i / r_o$ . Считая внутреннюю и внешнюю границы свободными (в смысле отсутствия тангенциальных напряжений) и идеально теплопроводными, зададим температуры  $T_i$  и  $T_o$  внутренней и внешней границы соответственно. Будем решать уравнения гидродинамики в приближении Буссинеска, причем в некоторых расчетах будем добавлять малый квадратичный член к обычной линейной зависимости плотности от температуры. Кроме того, в ряде случаев будем вводить распределенные

по оболочке источники тепла с постоянной массовой плотностью  $q$ . И квадратичный член, и источники тепла облегчают достижение режимов, в которых течения образуют «трехмерные» ячейки, а не вытянутые по меридиану квазидвумерные «бананы». Без этих усложнений требовалось бы задавать гораздо меньшие скорости вращения, и процесс развивался бы гораздо медленнее.

В статических условиях уравнение переноса тепла дает следующее распределение температуры (в качестве единицы длины используем толщину оболочки  $d$ ):

$$T_s = \beta_0 - \frac{\beta}{2} d^2 r^2 + \frac{\beta_1^2}{d} \frac{1}{r}, \quad (1)$$

где  $\beta = q/3\chi c_p$  ( $\chi$  – температуропроводность,  $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении),  $\beta_1 = \eta d \Delta T / (1 - \eta)^2$ ,  $\beta_0$  – постоянная, причем  $\Delta T$  определяется формулой

$$\Delta T = T_i - T_o - \frac{1}{2} \beta d^2 \frac{1 + \eta}{1 - \eta} \quad (2)$$

и имеет смысл разности  $T_i - T_o$  только в случае  $q = 0$ .

Гравитационное ускорение, усредненное по поверхности  $r = \text{const}$ , может быть записано как  $\mathbf{g} = -\gamma \mathbf{r}$ , где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор, проведенный из центра сферических границ оболочки. Физическими параметрами задачи являются числа Рэлея

$$R_i = \frac{\alpha \gamma \beta d^6}{\nu \chi} \quad \text{и} \quad R_e = \frac{\alpha \gamma \Delta T d^4}{\nu \chi}, \quad (3)$$

связанные с нагревом внутренними источниками тепла и с заданной извне разностью температур (2) соответственно ( $\alpha$  – объемный коэффициент теплового расширения,  $\nu$  – кинематическая вязкость), а также число Кориолиса и числа Прандтля – гидродинамическое и магнитное:

$$\tau = \frac{2\Omega d^2}{\nu}, \quad P = \frac{\nu}{\chi}, \quad P_m = \frac{\nu}{\nu_m} \quad (4)$$

( $\Omega$  – угловая скорость вращения оболочки,  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $\nu_m$  – магнитная вязкость). Кроме того, мы задаем вычислительный параметр  $m_0$  – наименьшее ненулевое азимутальное число, соответствующее основной гармонике рассматриваемых полей. Оно задает порядок вращательной симметрии всей картины; чем больше  $m_0$ , тем меньше затраты времени на вычисления.

Для расчетов применялся псевдоспектральный алгоритм, разработанный Тильгнером и Буссе [5, 6] и в последние годы с успехом применявшийся для моделирования планетарного динамо [7, 8]. В этом алгоритме соленоидальные векторные поля представлены комбинациями тороидальной и полоидальной компоненты; в частности, для магнитного поля

$$\mathbf{B} = \text{rot}(\mathbf{r}g) + \text{rot} \text{rot}(\mathbf{r}h). \quad (5)$$

Скалярные поля  $g$  и  $h$  разлагаются по сферическим гармоникам  $Y_l^m(\theta\varphi) = P_l^m(\cos\theta)e^{im\varphi}$  (где  $\theta$  – полярный угол,  $\varphi$  – азимутальный угол, а  $P_l^m$  – присоединенные функции Лежандра):

$$g = \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l G_l^m(r,t) Y_l^m(\theta, \varphi), \quad (6)$$

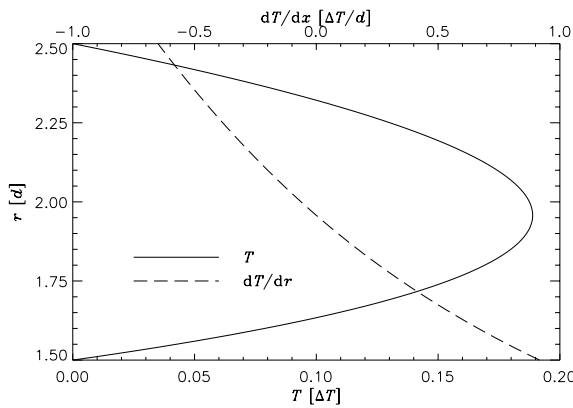
$$h = \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l H_l^m(r,t) Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (6)$$

и т.д., с обрыванием рядов на подходящем максимальном  $l$ . Наконец, зависимости скалярных коэффициентов  $G_l^m$ ,  $H_l^m$  и т.д. от  $r$  представляются отрезками рядов по полиномам Чебышева. Задание основного азимутального

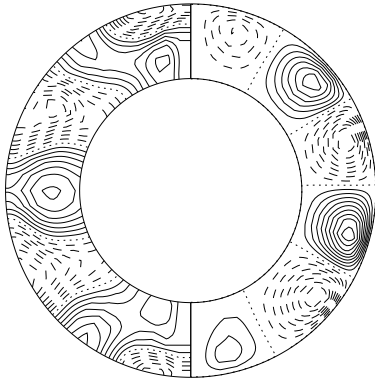
числа  $m_0$  означает, что рассматривается следующий набор азимутальных гармоник:

$$1, e^{im_0\varphi}, e^{\pm 2im_0\varphi}, e^{\pm 3im_0\varphi}, \dots$$

**Результаты. А. Оболочка, нагреваемая внутренними источниками тепла.** Эти случаи характеризовались геометрическим параметром  $\eta = 0.6$ , физическими параметрами  $R_i = 3000$ ,  $R_e = -6000$ ,  $\tau = 10$ ,  $P = 1$  при различных  $P_m$ , а также вычислительным параметром  $m_0 = 5$  (как показали дальнейшие контрольные



**Рис. 1.** Профили статической температуры и ее градиента как функций  $r$  в случае нагрева внутренними источниками.



**Рис. 2.** Изолинии осесимметричной компоненты азимутальной скорости (слева) и линии тока меридиональной циркуляции (справа), полученные в случае нагрева внутренними источниками при  $P_m = 30$  для момента  $t = 98.7$ . Сплошные изолинии – положительные значения, штриховые – отрицательные, пунктирные – нулевые.

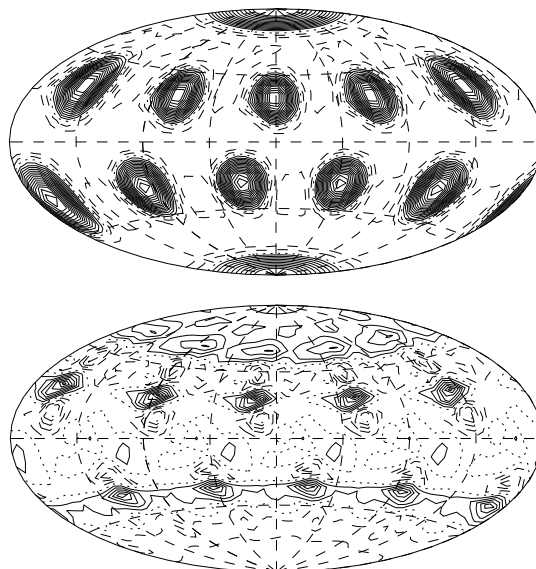
расчеты, устранение искусственно введенной азимутальной симметрии течения путем выбора  $m_0 = 1$  существенно не влияет на характер конвекции). Квадратичный член присутствовал в зависимости плотности от температуры. Соответствующие профили статической температуры и ее градиента показаны на рис. 1. Видно, что внешняя часть оболочки конвективно неустойчива, а внутренняя устойчива. Некоторые результаты (для  $P_m = 30$ ) уже были опубликованы [9], поэтому изложим их здесь в сокращенном виде.

Временной интервал, покрытый вычислениями для случая  $P_m = 30$ , несколько превышает 100 в единицах времени диффузии тепла поперек оболочки. В согласии с теоретическими предсказаниями [10], вся эта структура дрейфует в сторону, противоположную направлению вращения. Распределение осесимметричной компо-

ненты азимутальной скорости близко к симметричному относительно плоскости экватора, причем экваториальная зона вращается быстрее, чем оболочка в целом (рис. 2). Неосесимметричная составляющая поля скоростей представляет собой устойчивую систему конвективных ячеек с симметрий додекаэдра (рис. 3, сверху).

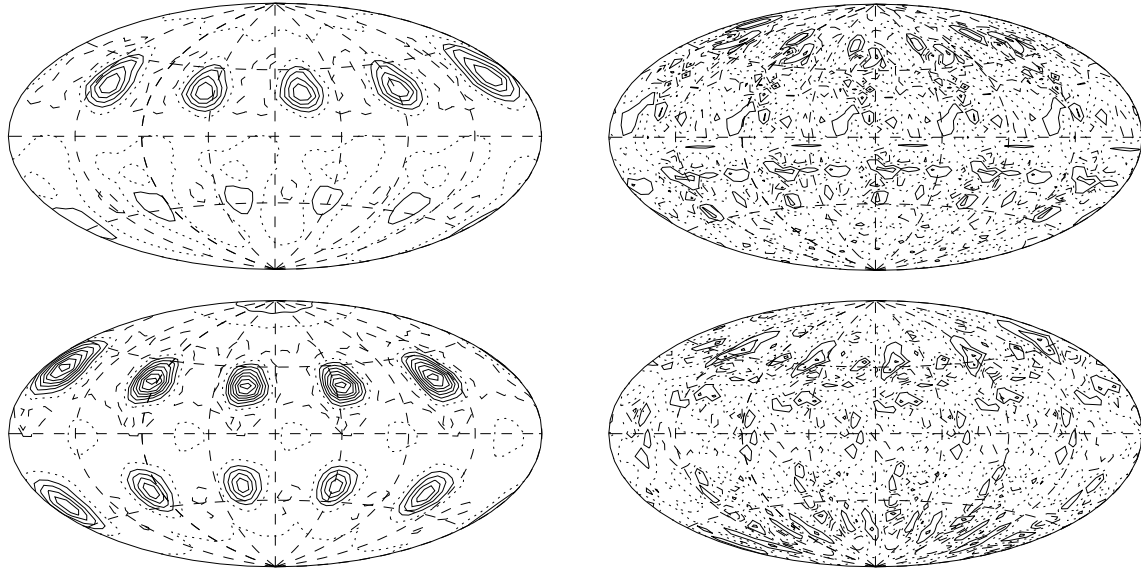
Картина магнитных полей в целом менее регулярна, чем картина течений. В ней трудно различить признаки обычно обсуждаемых элементов гипотетического солнечного динамо – формирования «общего» тороидального (точнее, азимутального) магнитного поля из «общего» полоидального (точнее, меридионального) и последующей регенерации последнего. Но рассчитанный эволюционный сценарий позволяет наблюдать, во-первых, формирование локальных биполярных магнитных структур в местах, занятых конвективными ячейками (это, например, отчетливо видно на рис. 3), а во-вторых, некоторые примечательные черты поведения глобальных полей – обращения знака амплитуды  $H_1^0$  дипольной компоненты и дрейф фоновых полей, образующихся при распаде локальных магнитных структур, к полюсам, где они «вытесняют» имеющиеся там «старые» фоновые поля.

Перейдем теперь к другим расчетам, выполненным для случая нагрева внутренними источниками при тех же  $\eta$ ,  $R_i$ ,  $R_e$ ,  $\tau$ ,  $P$ ,  $m_0$  и с сохранением квадратичного члена в температурной зависимости плотности. Как и следовало ожидать, картина конвекции в целом мало меняется при варьировании магнитного числа Прандтля  $P_m$ . Но чем больше  $P_m$ , тем больше средняя напряженность магнитного поля (и соответственно полная магнитная энергия). Кинетическая энергия конвекции при этом уменьшается, и конвекция становится более чувствительной к изменениям магнитного поля во времени. Увеличение  $P_m$  проявляет себя и в том, что локальные магнитные поля становятся более «клочковатыми» и менее упорядоченными. Участки с разными знаками радиальной компоненты более многочисленны, биполярные структуры не так четко локализованы. Как и при  $P_m = 30$ , можно заметить проникновение «фоновых» полей – остатков распадающихся локальных магнитных структур – в полярные области и обращение знака имеющегося там фона.

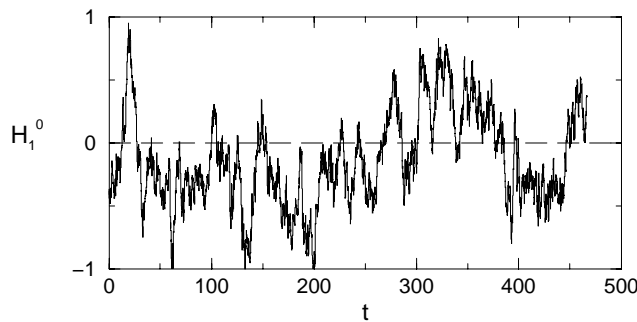


**Рис. 3.** Контурные карты радиальной компонент скорости на поверхности  $r = r_1 + 0.5$  (сверху) и магнитного поля на поверхности  $r = r_1 + 0.7$  (внизу), полученные в том же расчете для того же момента. Сплошные изолинии – положительные значения, штриховые – отрицательные, пунктирные – нулевые

Рисунки 4 и 5 иллюстрируют случай  $P_m = 200$ , для которого вычислениями охвачен временной интервал, почти в пять раз более длинный, чем для случая  $P_m = 30$ . Два момента времени, к которым относятся карты поля скоростей и магнитного поля (рис. 4), близки к тем временам, при которых



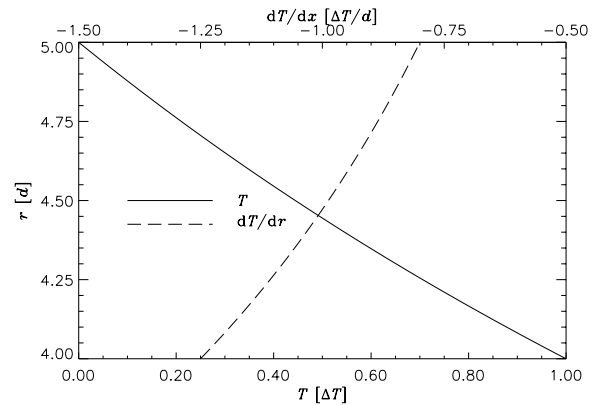
**Рис. 4.** Карты радиальных компонент скорости течения на поверхности  $r = r_i + 0.5$  (слева) и магнитного поля на поверхности  $r = r_i + 0.7$  (справа) для моментов  $t = 200.0$  (вверху) и  $t = 327.2$  (внизу) в случае нагрева внутренними источниками при  $P_m = 200$ . Сплошные изолинии – положительные значения, штриховые – отрицательные, пунктирные – нулевые.



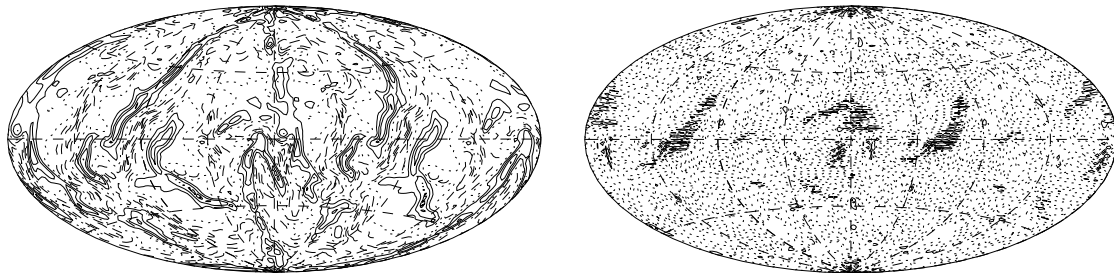
**Рис. 5.** Временное изменение амплитуды  $H_1^0$  дипольной гармоники полоидального магнитного поля на поверхности  $r = r_i + 0.5$  в случае нагрева внутренними источниками при  $P = 200$ .

достигаются один из отрицательных и один из положительных локальных экстремумов амплитуды  $H_1^0$ , рассчитанной на поверхности  $r = r_i + 0.5$  (см. рис. 5). Примечательно, что и «фоновые» магнитные поля в полярных областях имеют в эти два момента разные полярности. При  $t = 200.0$  «фоновое» магнитное поле в «северной» полярной области отрицательно, а в «южной» – положительно; обратная ситуация имеет место при  $t = 327.2$ . Следует заметить, что распределение осесимметричной составляющей азимутальной скорости (скорости дифференциального вращения) в данном случае оказывается гораздо более сложным и изменчивым, чем при  $P_m = 30$ . Это также может быть связано с более сильным воздействием магнитного поля на движение вещества. Кривая изменения  $H_1^0$  демонстрирует многочисленные изменения знака этой величины, хотя мелкие детали этой зависимости отражают нерегулярную, флюктуационную сторону процесса. Тем не менее понятно, что и на сглаженной кривой должны быть видны вполне отчетливые циклические, хотя и не периодические, обращения полярности дипольной компоненты «общего» магнитного поля.

**Результаты. Б. Слой, нагреваемый «извне» (через внутреннюю границу).** Сосуществование областей неустойчивой и устойчивой стратификации придает модели некоторую искусственность. Поэтому был предпринят поиск режимов, при которых конвекция сохраняет «трехмерный» ячеечный характер и без введения в модель того специфического вида температурного профиля, который ему придают внутренние источники тепла, т.е. при  $R_i = 0$ . Квадратичный член в температурной зависимости вязкости в этом случае также отсутствовал. Понятно, что ячеечная структура течения может поддерживаться и при отсутствии дополнительных способствующих этому факторов, но при меньших скоростях вращения (поскольку в предельном случае невращающейся оболочки никакого меридионального вытягивания ячеек происходить не может).



**Рис. 6.** Профили статической температуры и ее градиента как функций  $r$  в случае нагрева через внутреннюю границу.



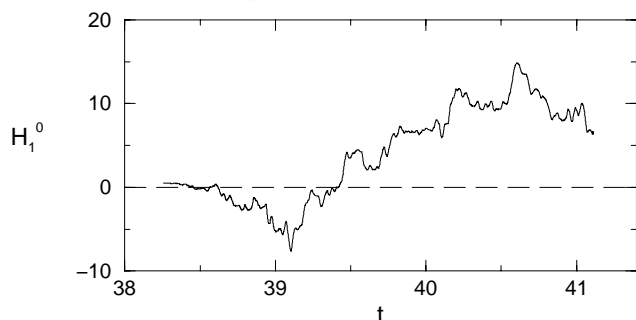
**Рис. 7.** Карты радиальных компонент скорости течения на поверхности  $r = r_i + 0.5$  (слева) и магнитного поля на поверхности  $r = r_i + 0.7$  (справа) для момента  $t = 39.4$  в случае нагрева через внутреннюю поверхность при  $P_m = 5$ . Сплошные изолинии – положительные значения, штриховые – отрицательные, пунктирные – нулевые.

Приведем результаты расчета такого варианта модели для  $\eta = 0.8$ ,  $R_e = 5000$ ,  $\tau = 0.1$ ,  $P = 1$ ,  $P_m = 5$ ,  $m_0 = 2$ . Профили статической температуры и ее градиента для упомянутых значений  $\eta$  и  $R_e$  показаны на рис. 6. Отметим, что данное значение числа Кориолиса  $\tau$  все же оказалось недостаточно малым для стабильного существования «трехмерных» конвективных ячеек, и в конечном счете ячейки приобрели значительную, хотя и не строго меридиональную, вытянутость (рис. 7, слева). На исследованном временном интервале до  $t \approx 41$  (который, впрочем, нельзя считать достаточно длинным) магнитное поле не обнаруживает признаков систематического затухания. Поведение амплитуды  $H_1^0$  (рис. 8) дает основания ожидать проявления цикличности.

Проследить детали эволюции магнитных структур в данном случае очень трудно, поскольку структуры двух полярностей, имея весьма малый

характерный масштаб, сильно перемешаны и тесно соседствуют друг с другом. Лишь изредка удается выделить четко локализованные биполярные структуры.

В целом данный сценарий эволюции течения и магнитного поля показывает, что поиск интересующих нас режимов «ячеечного» динамо в оболочке без внутренних источников тепла и без квадратичного члена в зависимости  $\rho(T)$  следует вести в области меньших  $\Omega$  (и  $\tau$ ).



**Рис. 8.** Временное изменение амплитуды  $H_1^0$  дипольной гармоники полоидального магнитного поля на поверхности  $r = r_1 + 0.5$  в случае нагрева через внутреннюю поверхность при  $P = 5$ .

**Заключительные замечания.** Хотя представленная здесь «детерминистская» численная модель ячейечного динамо-механизма на данном этапе ее разработке не может считаться моделью солнечного динамо, она показывает, что ячейечная конвекция способна работать как единый механизм генерации магнитных полей глобального и локального масштабов. Эти качественные представления, будучи приложены к исследованиям солнечного магнетизма, дают основания рассчитывать на построение в будущем количественной модели, описывающей локальные явления солнечной активности, их глобальную организацию и временную цикличность.

**Благодарности.** Работа А.В. Гетлинга была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (код проекта 04-02-16580), Германской службой академических обменов и Европейским колледжем работников высшей школы «Неравновесные явления и фазовые переходы в сложных системах».

## Литература

1. Тверской Б.А. *Геомагн. и аэрон.*, **6** (1), 11–18, 1966.
2. Гетлинг А.В., Тверской Б.А. *Геомагн. и аэрон.*, **11** (2), 211–218, **11** (3), 389–395, 1971.
3. Гетлинг А.В. *Астрон. ж.*, **78**, 661, 2001.
4. Dobler W., Getling A.V. in *Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity*, Proc. IAU Symp. No. 223, St. Petersburg, Russia, 2004, ed. Stepanov A.V., Benevolenskaya E.E., Kosovichev A.G. Cambridge Univ. Press, 2004.
5. Busse F.H., Grote E., Tilgner A. *Stud. Geophys. Geod.* **42**, 211, 1998.
6. Tilgner A. *Int. J. Num. Meth. in Fluids* **30**, 713, 1999.
7. Busse F.H. *Phys. Fluids* **14**, 1301, 2002.
8. Simitov R., Busse F.H. *J. Fluid Mech.*, **532**, 365, 2005.
9. Getling A.V., Simitov R.D., Busse F.H. *Astron. Nachr.* **326**, 241, 2005.
10. Busse, F.H. *Chaos*, **14**, 803, 2004.